

INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA À TRACÇÃO NOS IMPULSOS DE SOLOS PURAMENTE COESIVOS

INFLUENCE OF TENSION CUT-OFF ON THE EARTH PRESSURES OF PURELY COHESIVE SOILS

Antão, Armando Nunes, *Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal, amna@fct.unl.pt*
Guerra, Nuno M. da C. *Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal, nguerra@civil.ist.utl.pt*
Cardoso, António S., *Universidade do Porto, Porto, Portugal, scardoso@fe.up.pt*
Matos Fernandes, Manuel, *Universidade do Porto, Porto, Portugal, mfern@fe.up.pt*

RESUMO

Os autores têm apresentado em trabalhos recentes resultados dos valores de impulso "activo" exercidos por maciços puramente coesivos, calculados recorrendo a formulações analíticas e numéricas do teorema cinemático da análise limite. Os valores dos impulsos apresentados correspondem no entanto a valores obtidos para solos cuja cedência é modelada pelo critério de Tresca, que na sua forma clássica permite o aparecimento de tracções no material modelado. No presente trabalho apresenta-se a validação da implementação numérica do teorema cinemático com um critério de Tresca truncado num determinado valor da tracção. Essa validação é feita recorrendo a casos conhecidos de determinação de cargas limites nas mesmas condições. Apresentam-se os valores para os impulsos activos e passivos obtidos através da utilização dos critério de Tresca clássico e de Tresca truncado em tracção. É ainda feita a comparação de resultados para um caso de estudo do equilíbrio vertical de uma parede de contenção.

ABSTRACT

The authors have been presenting in recent work results of the values of the active earth pressures of purely cohesive soils determined by analytical and numerical formulations of the upper bound theorem of limit analysis. The values presented in those works correspond to Tresca's yield criterion which, in its classical form, allows the existence of tensions. In the present paper validation of a numerical implementation of the upper bound theorem with a tension truncated Tresca criterion is presented. The validation is performed with previously known results of limit loads in the same conditions. Values of active and passive earth pressures obtained through the two formulations — classical Tresca and tension truncated Tresca — are presented. The results are applied to the problem of the vertical equilibrium of flexible earth retaining structures and comparison between the two formulations is presented.

1. INTRODUÇÃO

Os autores têm estudado o problema do equilíbrio vertical de estruturas de contenção tipo Berlim suportando solos puramente coesivos recorrendo a diversas metodologias. Nos trabalhos em que se recorreu à análise limite, uma das metodologias utilizadas, mostrou-se a necessidade de determinação dos impulsos activos sobre a estrutura (Figura 1). A avaliação destes impulsos recorreu à utilização de metodologias analíticas [1, 2] e de metodologias numéricas [2, 3].

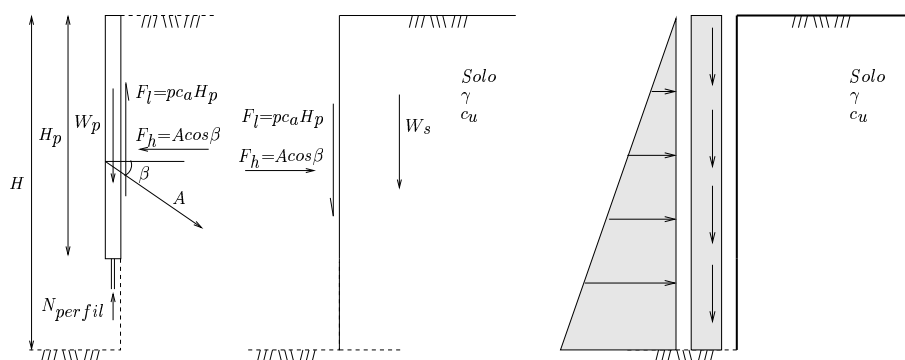


Figura 1 - Definição da geometria do problema e forças e tensões actuantes na estrutura de contenção e no solo suportado.

A ferramenta numérica de elementos finitos que implementa o teorema cinemático da análise limite utilizada nestes trabalhos permite a optimização de campos de deslocamentos contínuos de forma a obter aproximações precisas de cargas limites sem necessidade de conhecimento *a priori* do campo de velocidades de escoamento plástico [4, 5].

Nos trabalhos anteriores tem sido utilizado o critério de Tresca na sua forma clássica para modelar as capacidades resistentes do solo. Este critério admite o aparecimento de qualquer valor de tracção desde que o raio do círculo de Mohr correspondente não exceda o valor da resistência não drenada, como se representa na Figura 2(a). Neste trabalho, utiliza-se o critério de Tresca truncado em tracção (Figura 2(b)), que corresponde ao critério clássico mas em que são interditados valores de tracção inferiores a um valor de truncatura σ_{tt} , que é um parâmetro do critério. No caso de σ_{tt} ser nulo, obter-se-á um critério de Tresca sem tracção.

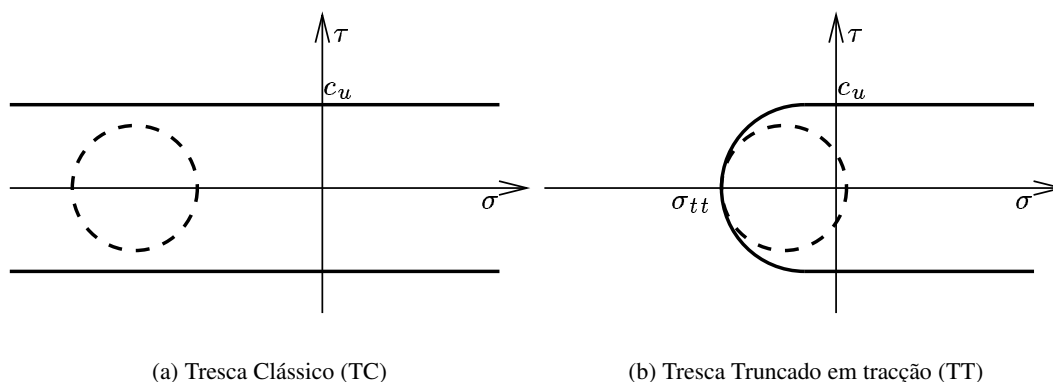


Figura 2 - Representação do critério de Tresca na sua forma clássica e truncado em tracção.

Este critério foi implementado no modelo numérico de análise limite anteriormente referido, procedendo-se neste trabalho à sua validação e à aplicação à determinação de impulsos de terras de solos puramente coesivos.

2. VALIDAÇÃO DA IMPLEMENTAÇÃO DO CRITÉRIO DE TRESCA TRUNCADO EM TRACÇÃO

Para validar a implementação numérica do critério de Tresca truncado em tracção, considerou-se o problema esquematicamente representado na Figura 3(a), correspondente a um corte vertical

de profundidade H num maciço argiloso com peso volúmico γ e resistência não drenada c_u . A análise deste problema é usualmente feita através da explicitação do parâmetro $\gamma H/c_u$, não sendo no entanto conhecida solução exacta para o seu valor no caso do critério de Tresca na sua forma clássica. O melhor valor conhecido para aquele parâmetro obtido por um mecanismo definido por superfície circular (Figura 3(a)) é de 3,83 [6]. Para o caso do critério de Tresca sem tracção ($\sigma_{tt} = 0$) o valor do parâmetro indicado é conhecido exactamente, sendo igual a 2. O mecanismo que permite a obtenção deste valor foi obtido por Drucker [7] e está igualmente esquematizado na Figura 3(a): trata-se de um bloco vertical que roda em torno do pé do talude, obtendo-se o valor referido quando a espessura d tende para zero.

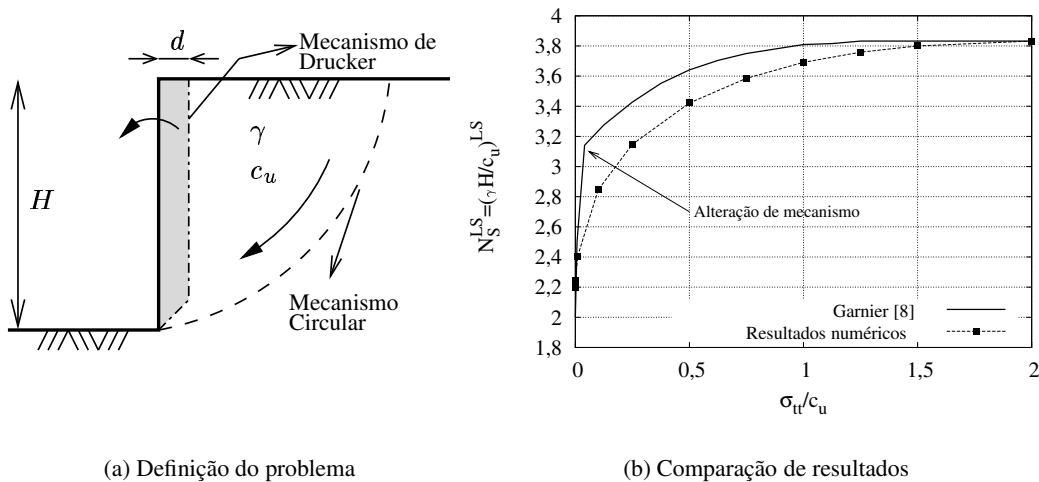


Figura 3 - Validação da implementação numérica do critério de Tresca truncado em tracção.

Garnier [8] estudou a influência da relação σ_{tt}/c_u no parâmetro $N_S = \gamma H/c_u$ recorrendo aos dois mecanismos referidos anteriormente. Os resultados obtidos encontram-se representados na Figura 3(b). Nota-se nestes resultados duas tendências de comportamento: uma para valores baixos de σ_{tt}/c_u , correspondente ao mecanismo de Drucker, e outra para valores mais elevados do mesmo parâmetro, correspondente ao mecanismo definido por superfícies circulares.

Para o caso do critério de Tresca na sua forma clássica, o programa de cálculo permite a obtenção de valores do parâmetro $N_S = \gamma H/c_u$ inferiores a 3,83 quando utilizadas malhas suficientemente refinadas. Para a validação da implementação do critério de Tresca truncado em tracção, procedeu-se à escolha de uma malha de elementos finitos cujo resultado conduz ao valor de 3,83. Esta malha foi posteriormente utilizada nos restantes cálculos. Os resultados obtidos para diferentes valores da relação σ_{tt}/c_u encontram-se também apresentados na Figura 3(b).

A análise comparativa entre as duas metodologias permite constatar que há praticamente uma coincidência dos resultados para o valor de $\sigma_{tt}/c_u = 2$. Estes resultados coincidem ainda com o valor de 3,83 a que anteriormente se fez referência, indiciando que neste problema não haverá zonas correspondentes a um estado limite em tracção pura. Para a maior parte dos restantes valores de σ_{tt}/c_u , verifica-se que os resultados numéricos são inferiores (e, portanto, mais próximos da solução exacta) aos obtidos por Garnier. Devido a questões teóricas que ultrapassam o âmbito deste trabalho, não é possível a utilização de uma truncatura nula ($\sigma_{tt}/c_u = 0$). O valor mais reduzido adoptado nos cálculos foi de 10^{-8} , tendo conduzido para a malha considerada a um valor de N_S de 2,198. Este valor poderia ainda ser reduzido recorrendo a malhas de elementos

finitos consideravelmente mais refinadas de forma a tentar reproduzir o mais fielmente possível um mecanismo de tipo evanescente como o de Drucker.

Nas Figuras 4 e 5 apresenta-se os resultados correspondentes, respectivamente, aos casos $\sigma_{tt}/c_u = 0,75$ e $\sigma_{tt}/c_u = 10^{-4}$. Faz-se notar que, por motivos de representação gráfica, as malhas a que correspondem as figuras são mais grosseiras do que as que originaram os valores anteriormente apresentados. Para cada caso, apresenta-se a malha deformada, a dissipação plástica e as velocidades de deformação.

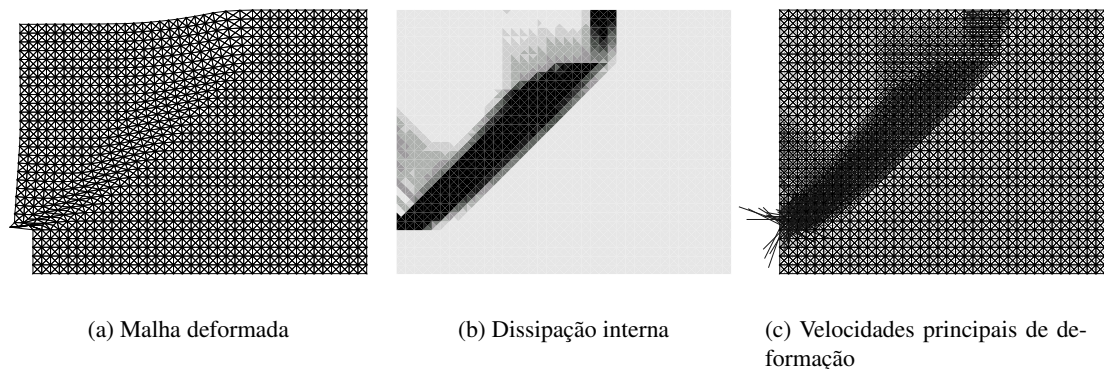


Figura 4 - Malha deformada, dissipação interna e velocidades de deformação para o caso $\sigma_{tt}/c_u = 0,75$.

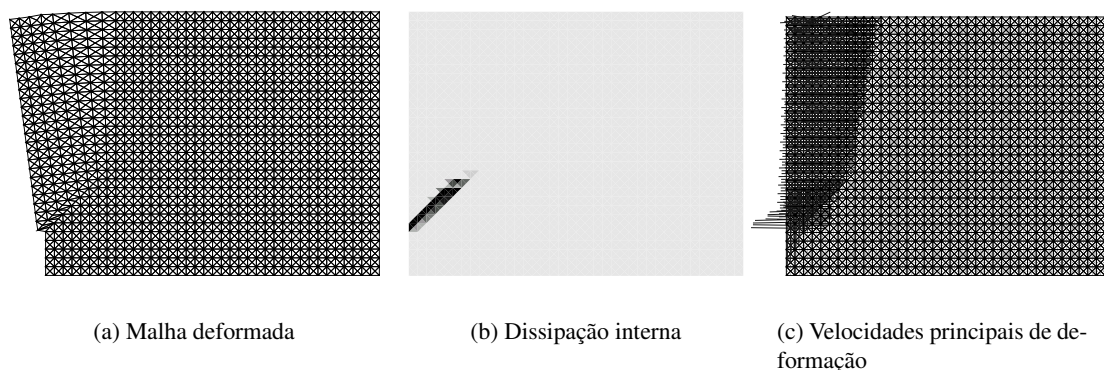


Figura 5 - Malha deformada, dissipação interna e velocidades de deformação para o caso $\sigma_{tt}/c_u = 10^{-4}$.

No caso $\sigma_{tt}/c_u = 0,75$ o mecanismo é ainda muito semelhante ao que corresponde ao critério de Tresca Clássico (próximo de superfície circular). Apenas na zona superior se nota o aparecimento de velocidades de deformação em tracção pura, que devido ao valor elevado da truncatura em tracção contribuem significativamente para a dissipação interna (Figura 4(b)).

Para $\sigma_{tt}/c_u = 10^{-4}$ o mecanismo parece tender para o mecanismo proposto por Drucker, verificando-se que a zona em tracção pura se estende desde a superfície até, praticamente, à base do mecanismo. Apenas na zona inferior, cuja dimensão será tanto menor quanto mais refinada for a malha, se verifica a existência de zonas em corte. Devido ao valor muito pequeno da truncatura, apenas nestas zonas há valores significativos de dissipação interna.

Estas diferenças entre os dois casos justificam a importante diferença nos valores anteriormente

apresentados na Figura 3.

3. APLICAÇÃO À DETERMINAÇÃO DE IMPULSOS DE TERRAS DE SOLOS PURAMENTE COESIVOS

Na Figura 1 define-se a geometria do problema em estudo, assim como os carregamentos considerados para a determinação dos impulsos de terras usando a metodologia apresentada. Trata-se de um corte vertical de profundidade H em maciço argiloso caracterizado pela resistência não drenada c_u e pelo peso volúmico γ .

Pretende-se determinar os valores limites das pressões de terras na direcção perpendicular ao corte quando a este é aplicada uma tensão tangencial constante em altura de valor conhecido. O problema abordado neste trabalho corresponde ao caso de $\sigma_{tt}/c_u = 10^{-7}$. Do ponto de vista prático tal corresponde ao caso de resistência à tracção nula. O mesmo problema para o critério de Tresca na sua versão tradicional foi já abordado pelos autores [1, 2].

A malha de elementos finitos utilizada foi a considerada na secção anterior. A Figura 6 mostra os resultados da resultante do diagrama de tensões na direcção perpendicular ao corte, F_h , adimensionalizada pelo factor:

$$\mu = \frac{1}{2}\gamma H^2 \quad (1)$$

em função da tensão tangencial adimensionalizada χ_{am} :

$$\chi_{am} = \frac{pc_a H_p}{c_u H} \quad (2)$$

em que p é a percentagem da adesão c_a mobilizada na face vertical do corte, H tem o significado anteriormente referido e H_p é a altura da parede em contacto com o solo (ver Figura 1).

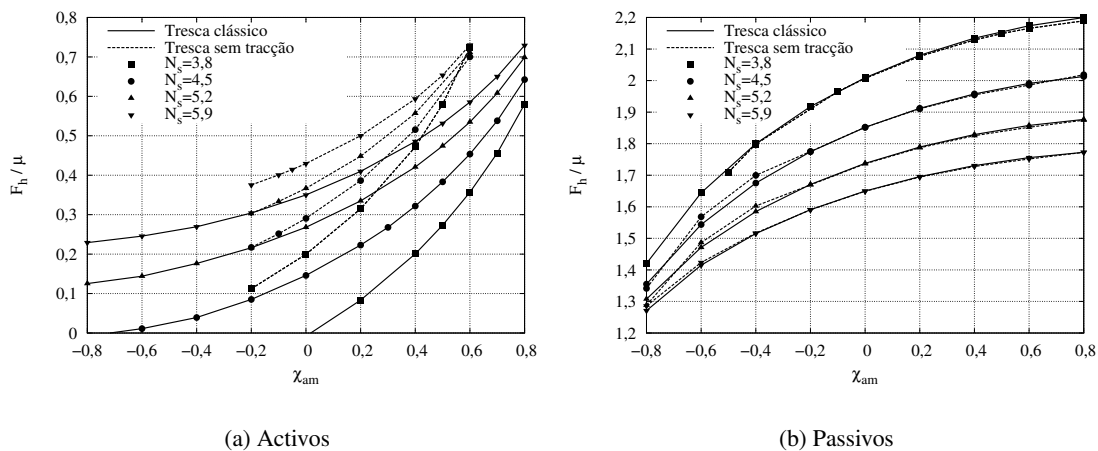


Figura 6 - Valores de F_h/μ obtidos para os impulsos activos e passivos.

Os resultados obtidos e representados na Figura 6 mostram um efeito notório da consideração da truncatura no caso dos impulsos activos e, praticamente, ausência de efeito nos impulsos passivos. Este facto é justificado pelo facto de não haver, praticamente, nos impulsos passivos, a instalação de tensões de tracção pura no maciço.

Faz-se notar que os resultados correspondentes aos valores extremos de χ_{am} para o caso Tresca Truncado foram obtidos com dificuldade devido ao aparecimento de mecanismos locais de rotura por tracção. O aparecimento destes mecanismos, aliás, não permitiu alargar as curvas para os valores de χ_{am} considerados no caso Tresca Clássico.

No que respeita aos impulsos activos, constata-se que as diferenças entre resultados da relação F_h/μ obtidas para os casos Tresca Clássico e Truncado são tanto maiores quanto:

- maiores são os valores de χ_{am} e
- menores os valores de N_S .

Verifica-se ainda que os resultados da referida grandeza variam mais com χ_{am} no caso da aplicação do critério de Tresca Truncado do que no critério de Tresca Clássico.

A razão para estes factos está nos mecanismos obtidos, conforme se mostra na Figura 7. Nesta figura apresenta-se as deformadas das malhas de elementos finitos correspondentes ao estado limite obtido, para o caso da determinação dos impulsos activos. Do lado esquerdo da figura mostram-se os resultados correspondentes ao critério de Tresca Clássico; do lado direito podem ver-se os resultados obtidos para o critério de Tresca Truncado. Os quatro gráficos superiores correspondem a $\chi_{am} = 0$ e os quatro gráficos inferiores a $\chi_{am} = 0,4$. Em cada um dos dois conjuntos de quatro gráficos, os dois superiores foram obtidos para $N_S = 3,8$ e os dois inferiores para $N_S = 5,9$.

A análise desta figura permite constatar que:

- as diferenças nos mecanismos são mais notórias para o caso de $\chi_{am} = 0,4$ do que para $\chi_{am} = 0$ (as diferenças entre os mecanismos obtidos para o caso TC e o caso TT são maiores nas quatro figuras inferiores do que nas quatro superiores);
- para o mesmo valor de χ_{am} as diferenças são mais notórias para os menores valores de N_S (as diferenças entre os mecanismos obtidos para o caso TC e o caso TT são maiores em (a) e (b) do que em (c) e (d) e, igualmente, em (e) e (f) do que em (g) e (h).

Refere-se ainda que o mecanismo obtido para o caso TC não depende do valor de N_S , apesar de o resultado de F_h/μ ser, naturalmente, diferente. No caso TT, no entanto, tal não acontece, o que significa que o próprio mecanismo contribui para uma alteração do valor de F_h/μ , somando-se ao efeito de N_S . Tal justifica, assim, que os resultados de F_h/μ variem mais no caso TT do que no caso TC, conforme referido.

Chama-se ainda a atenção para o facto de os efeitos globais que se verificaram para o caso TT em relação ao caso TC serem sobretudo válidos para situações em que o suporte seja flexível, conforme o mostra as deformadas da Figura 7.

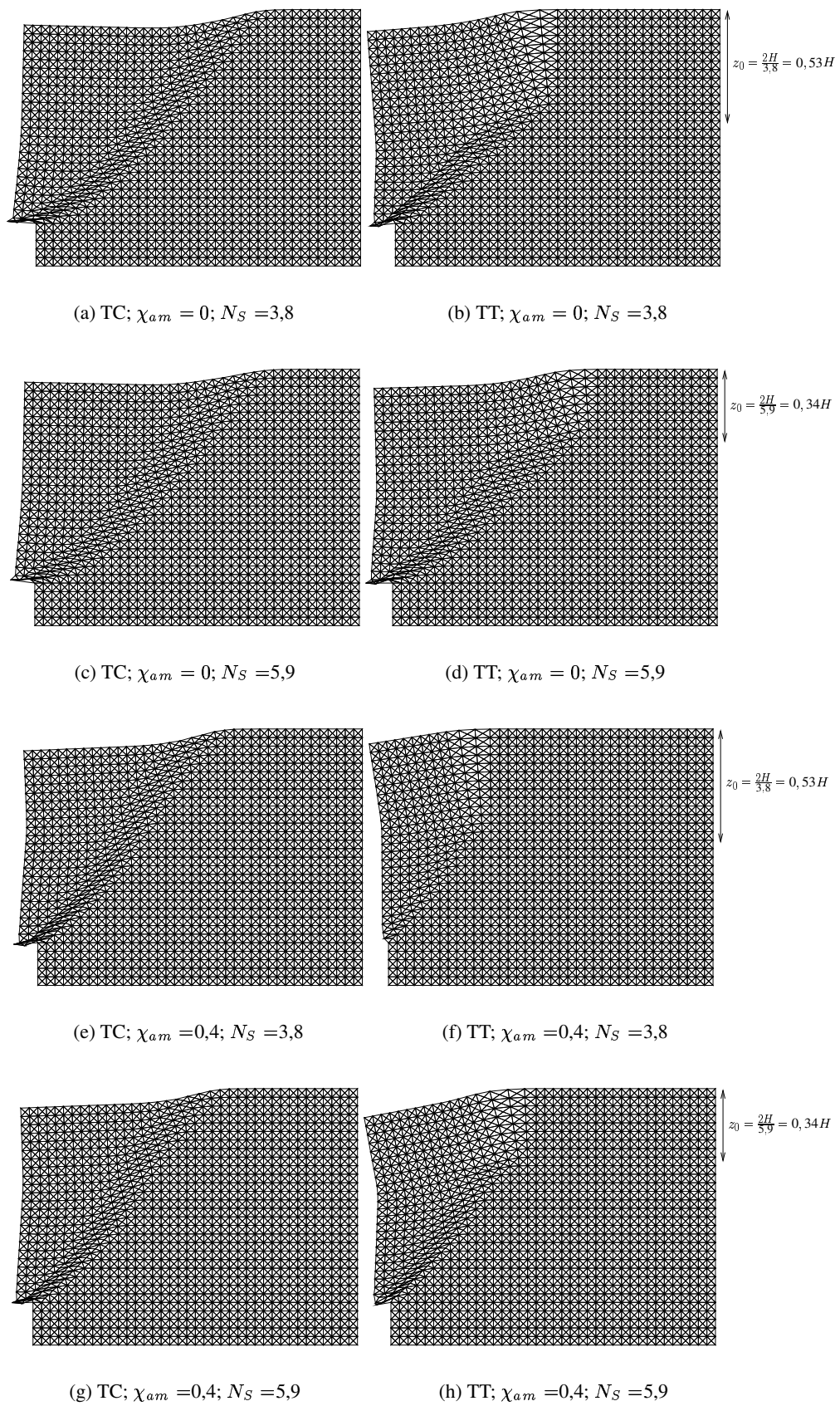


Figura 7 - Deformadas das malhas de elementos finitos no estado limite activo para dois valores de χ_{am} e dois valores de N_S para os critérios de Tresca Clássico (TC) e Tresca Truncado (TT).

Na análise dos impulsos de terra de terrenos puramente coesivos é usual considerar-se a existência das chamadas fendas de tracção, através das quais se pretende ter em conta a truncatura à tracção do critério de Tresca. O comprimento das fendas de tracção nas condições de Rankine é $z_0 = 2c_u/\gamma$. Dividindo ambos os termos por H , vem $z_0/H = 2c_u/\gamma H$ ou seja

$$\frac{z_0}{H} = \frac{2}{N_S} \quad (3)$$

No caso dos valores de N_S apresentados na Figura 7, a relação de z_0/H terá os valores de $2/3,8=0,53$ (para $N_S = 3,8$) e de $2/5,9=0,34$ (para $N_S = 5,9$). Como se vê, as profundidades assim obtidas são reconhecíveis nas malhas deformadas pelos elementos que apresentam uma deformada alongada.

A Figura 8 apresenta os resultados obtidos para as deformadas das malhas de elementos finitos correspondentes ao estado limite passivo para $\chi_{am} = 0$ e $N_S = 3,8$ para os dois critérios em estudo. Como se pode verificar, os mecanismos são idênticos, o mesmo acontecendo para outros valores de N_S e de χ_{am} , o que justifica, portanto, a quase exacta sobreposição de resultados que se constatou na Figura 6.

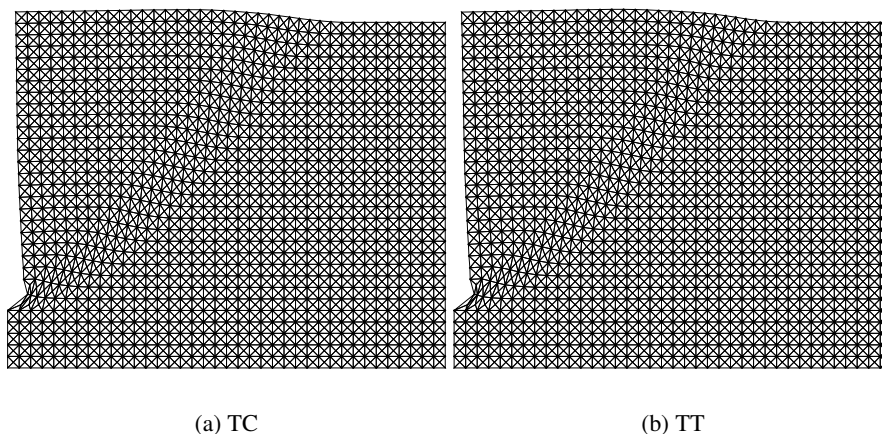


Figura 8 - Deformadas das malhas de elementos finitos no estado limite passivo para $\chi_{am} = 0$ e $N_S = 3,8$ para os critérios de Tresca Clássico (TC) e Tresca Truncado (TT).

4. APLICAÇÃO À DETERMINAÇÃO DE CARGAS VERTICAIS DE ROTURA DE CONTENÇÕES FLEXÍVEIS

Como se referiu, o problema abordado na secção anterior foi suscitado aos autores pela necessidade de determinação de cargas verticais de rotura de contenções flexíveis. O problema em causa encontra-se esquematizado na Figura 1. O equilíbrio vertical da cortina implica que [2]:

$$\frac{N_{perfil} - W_p}{\mu} = \frac{F_h}{\mu} \text{tg}\beta - \frac{2\chi_{am}}{N_S} \quad (4)$$

Usando na equação anterior os valores de F_h/μ apresentados na secção anterior para o caso activo, obtém-se os resultados que se indicam na Figura 9.

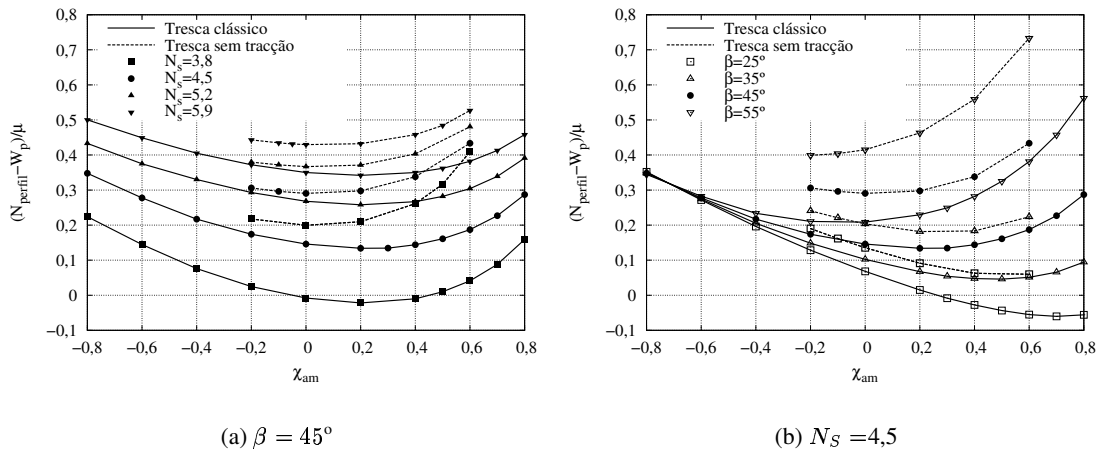


Figura 9 - Valores de $(N_{perfil} - W_p)/\mu$ obtidos a partir dos resultados de F_h/μ determinados para o caso activo.

A análise desta figura permite concluir, em primeiro lugar, que a consideração de trancatura faz aumentar os valores da resistência vertical mínima exigível aos perfis verticais. Tal resultado parece ser plenamente justificável pela implícita perda de resistência que a consideração de trancatura acarreta.

Verifica-se também que o aumento da resistência vertical necessária devido à consideração da trancatura é tanto maior quanto menor o valor de N_s , o que se justifica pelo facto de a profundidade até à qual existem tracções ser maior para estes casos e, portanto, haver maior perda de resistência relativa. Verifica-se, finalmente, que o valor de χ_{am} a que corresponde o mínimo da resistência necessária diminui quando se considera a trancatura.

5. CONCLUSÕES

Validou-se a implementação do critério de Tresca Truncado em tracção efectuada num programa de elementos finitos que permite a análise numérica de problemas de análise limite usando o Teorema Cinemático.

Aplicou-se o programa de cálculo incorporando esse critério à determinação de impulsos activos e passivos de solos puramente coesivos sem resistência à tracção. Comparou-se os resultados com os obtidos usando o critério de Tresca na sua forma clássica. Verificou-se que, no caso dos impulsos passivos, não há, praticamente, alteração. No caso dos impulsos activos constatou-se que a perda da parcela de resistência às tensões de tracção conduz a um aumento do impulso, que é superior no caso dos solos de maior resistência.

Os resultados correspondentes aos impulsos activos foram ainda usados para a determinação de cargas de rotura dos perfis verticais de contenções tipo Berlim definitivas. Concluiu-se, igualmente, que estas cargas aumentam quando não se considera a resistência à tracção e que este aumento é tanto maior quanto mais resistente é o terreno suportado.

REFERÊNCIAS

- [1] N. M. C. Guerra, A. S. Cardoso, M. Matos Fernandes, e A. Gomes Correia, “Vertical stability of anchored concrete soldier-pile walls in clay,” *ASCE Journal of Geotechnical and Environmental Engineering*, vol. 130, no. 12, pp. 1259–1270, 2004.
- [2] A. S. Cardoso, N. M. C. Guerra, A. N. Antão, e M. Matos Fernandes, “Cortinas tipo Berlim definitivas em solos argilosos: a questão da estabilidade vertical,” *Geotecnia, Revista da Sociedade Portuguesa de Geotecnia*, no. 100, pp. 271–291, 2004.
- [3] A. N. Antão, N. M. C. Guerra, M. Matos Fernandes, e A. S. Cardoso, “Limit analysis of concrete soldier pile walls in clay: influence of the height of the excavation levels on vertical stability,” in *Computational Plasticity VIII, Fundamentals and Applications, Proceedings of the VIII International Conference on Computational Plasticity*, Barcelona, Espanha, pp. 165–168, 2005.
- [4] A. N. Antão, *Analyse de la stabilité des ouvrages souterrains par une méthode cinématique régularisée*. Tese de Doutoramento, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1997.
- [5] A. N. Antão, “Numerical implementation of the upper bound theorem of limit analysis. Application to the determination of active and passive earth pressure coefficients in a cohesionless material,” in *VII Congresso Nacional de Mecânica Teórica, Aplicada e Computacional*, Évora, Portugal, pp. 1989–1998, 2003.
- [6] D. W. Taylor, *Fundamentals of Soil Mechanics*. John Wiley, 1948.
- [7] D. C. Drucker, “Limit analysis of two and three-dimensional soil mechanics problems,” *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 1, pp. 217–226, 1953.
- [8] D. Garnier, *Analyse par la Théorie du Calcul à la Rupture des Facteurs de Réduction de la Capacité Portante de Fondations Superficielles*. Tese de Doutoramento, École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1995.